

基于 FFT 的快速高精度载波参数联合估计算法

龚 超,张邦宁,郭道省

(解放军理工大学通信工程学院,江苏南京 210007)

摘 要: 针对数据辅助的突发信号载波同步,提出了一种基于 FFT 的载波参数联合估计新算法.其基本思想是在利用周期图峰值进行粗估的基础上,根据提出的新的插值公式,利用峰值左右两条谱线的幅度进行细估.仿真结果表明该算法的性能非常接近修正克拉美劳界(MCRB),而且工作门限很低,用 64 个符号进行估计时能在 -4dB 信噪比条件下正确估计出载波参数.频偏估计范围达到 50% 符号速率.而且运算量分析表明该算法复杂度较低,适合硬件实现.能够满足极低信噪比条件下突发数据通信的要求.

关键词: 载波恢复; 突发通信; 快速傅里叶变换; 联合估计

中图分类号: TN911.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2010) 04-0766-05

A Quick and Accurate Union Carrier Parameter Estimation Algorithm Based on FFT

GONG Chao, ZHANG Bang-ning, GUO Dao-xing

(*Institute of Communications Engineering, PLA University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210007, China*)

Abstract: A new union carrier parameter estimation algorithm based on FFT is proposed for data-aided burst mode carrier recovery. The basic idea is that firstly get a coarse estimation by using the peak of a period gram and then gain an accurate estimation by using a new interpolation formula about the two lines beside the peak. Its accuracy is close to MCRB even in very low SNR. As proved by simulation, it can accurately estimate the carrier parameter with 64 symbols even when SNR is as low as -4dB , its estimation range is about 50% of the symbol rate and it's easy to be implemented by hardware as the analyses of complicity implied. Suitable areas of application include carrier recovery in burst mode digital transmission under low SNR circumstance.

Key words: carrier recovery; burst mode communication; FFT; union estimation

1 引言

突发数据通信广泛应用在各个通信领域,例如卫星时分多址(TDMA)通信系统和第三代地面移动通信系统等.通常每组突发数据的前面都会加一个包含已知调制信息的报头用于载波和位定时估计.采用这种数据辅助的方法能够在更短的时间内实现同步.但是快速实现同步依然是一个很困难的问题,特别是近年来随着香农极限码的不断发展,越来越多的通信系统要求工作在极低信噪比条件下,这对同步实现提出了更大的挑战.传统的锁相环同步方式由于存在悬挂现象^[1]难以满足要求.开环估计算法是解决这个问题一个较好方法.

常用的开环载波参数估计算法包括两大类,即频域估计算法和时域估计算法.频域估计算法的基本思想是搜索周期图峰值,峰值位置即对应于载波频偏粗估值^[2],再利用谱线幅度信息^[3]或者相位信息^[4]进行精确估计.时域估计算法的基本思想是从信号自相关值中提

取频偏信息^[5~7].

衡量一种载波估计算法好坏的标准通常有四点:精度、复杂度、频偏估计范围和工作门限(开始偏离理论性能界限时的信噪比).通常频域估计算法频偏估计范围大,达到 $\pm 50\%$ 的符号速率,而且能够在很低的信噪比下正常工作.此外由于可以采用快速傅里叶变换,实现的复杂度也较低.文献[2]中提出的方法仅进行了频率粗估,精度很低.文献[3,4]中的方法通过插值都不同程度的提高了频偏估计精度,而且能够同时估计载波相位,但是估计精度受频偏位置影响,在某些位置性能会出现极度恶化.通常时域估计算法的精度、工作门限和复杂度、范围相矛盾,要提高精度和降低工作门限,必需提高复杂度,同时会使估计范围降低.例如文献[5]中的方法实现简单,估计范围达到 $\pm 50\%$ 的符号速率,但是门限值很高,必需在很高的信噪比下才能达到理论估计下界.文献[6,7]中的方法,可以通过调整参数来协调这个矛盾,但是要想在极低信噪比条件下达到高精度,其

复杂度会很大,估计范围也大大降低.此外需要指出的是,时域估计算法都只能单独估计出载波频偏,还要采用其它方法来估计载波相位偏移.

在文献[2]提出的粗估算法基础上,本文提出了一种利用谱线幅度进行插值的算法,大大提高了估计精度,能够在极低的信噪比条件下达到修正克拉美劳界(MCRB),采用 64 个符号进行估计时的工作门限只有 -4dB.并且避免了文献[3,4]算法中频偏在某些位置时性能严重恶化的问题.由于可以采用快速傅里叶变换,因此实现也较简单.并且可以同时高精度地估计出载波相位.

2 载波参数粗估

假定信号的调制方式为 MPSK,信道为加性高斯白噪声信道(AWGN),且信号已经实现理想位定时同步,不考虑码间串扰的影响.对接收信号进行匹配滤波,再以码元间隔 T 进行采样,得到如下序列:

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{c}(n)e^{j(2\pi f_d n T + \theta)} + \boldsymbol{\delta}(n) \quad (1)$$

$\mathbf{c}(n)$ 是复数形式的调制信息, f_d 是载波频偏, θ 为载波初始相位. $\boldsymbol{\delta}(n)$ 是复数形式的加性高斯白噪声信号,双边功率谱密度为 $N_0/2$.由于采用数据辅助的方法,调制信息 $\mathbf{c}(n)$ 是已知的,所以将 $\mathbf{x}(n)$ 与 $\mathbf{c}^*(n)$ ($\mathbf{c}^*(n)$ 是 $\mathbf{c}(n)$ 的共轭值)相乘,就可以消除调制信息对载波参数估计的影响.去掉调制信息后的采样数据如下式所示:

$$z(n) = \mathbf{x}(n)\mathbf{c}^*(n) = e^{j(2\pi f_d n T + \theta)} + \boldsymbol{\delta}(n)\mathbf{c}^*(n) \quad (2)$$

$\mathbf{c}^*(n)$ 是调制信息,其相位在 0 到 2π 内等间隔的几个点上等概分布,所以 $\boldsymbol{\delta}(n)\mathbf{c}^*(n)$ 的概率分布特性不变.文献[2]基于 LS 准则推导出载波参数估计可以通过搜索周期图峰值的方法得到.假定用于载波估计的报头长度为 L ,对 L 个采样数据进行傅立叶变换,得到信号的频域周期图,其峰值的位置即为载波频偏的粗估值.在此,出于后面频率精确估计时的需要,在接收到的 L 个采样数据后面补 L 个 0,然后再进行傅里叶变换.补 0 并没有改变周期图形状,只是提高了频谱分辨率^[8],因此估计方法与文献[2]中的方法类似. L 个数据的 $2L$ 点傅里叶变换表达式如下:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega}(k) &= \sum_{n=0}^{L-1} z(n)e^{j2\pi kn/2L} \\ &= \begin{cases} e^{j\theta} e^{j\pi(L-1)(\xi-k)/2L} \frac{\text{sinc}(\pi(\xi-k)/2L)}{\text{sinc}(\pi(\xi-k)/2L)}, & 0 \leq k \leq 2L-1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \\ &\approx \begin{cases} e^{j\theta} e^{j\pi(L-1)(\xi-k)/2L} L \text{sinc}((\xi-k)/2), & 0 \leq k \leq 2L-1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

具体推导方法与参考文献[8]类似.为便于推导, $z(n)$ 中的高斯白噪声项被忽略. sinc 是一个内插函数,表达式为 $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x)/\pi x$. ξ 是包含载波频偏的一个变量,它与载波频偏的关系为 $\xi = 2f_d L T$.式中约等号在 $|\xi - k|$ 远小于 $2L/\pi$ 的条件下成立.根据文献[2]的结果, ξ 的粗估计值为 $\hat{\xi} = \max_k |\boldsymbol{\Omega}(k)|$,而 θ 的估计值为 $\hat{\theta} = \arg(\boldsymbol{\Omega}(k) | k = \hat{\xi})$.从 sinc 函数的形式上也很容易理解这种估计方式,当 $k - \xi = 0$ 时 sinc 函数的绝对值最大,反过来幅度最大值的位置 $\hat{\xi}$ 能使 $k - \xi$ 接近 0,所以 $\hat{\xi}$ 是 ξ 的一个近似估计值.

3 载波参数精确估计

粗估方法仅利用了周期图中的一条谱线,估计精度很低.受频谱分辨率的制约, $\hat{\xi}$ 只能是一个整数,而 ξ 是一个实数,所以 $\hat{\xi}$ 与 ξ 之间存在一个小数的差值 $\Delta\xi$.实际上紧邻峰值的左右两条谱线也包含载波频偏信息.利用这两条谱线的幅度进行插值运算,可以精确地估计出小数的差值 $\Delta\xi$,从而最终准确地估计出载波频偏大小.插值计算式如下:

$$\Delta \hat{\xi} = \frac{|\boldsymbol{\Omega}(\hat{\xi}+1)| - |\boldsymbol{\Omega}(\hat{\xi}-1)|}{|\boldsymbol{\Omega}(\hat{\xi}+1)| + |\boldsymbol{\Omega}(\hat{\xi}-1)|} \quad (4)$$

下面证明 $\Delta \hat{\xi}$ 是 $\Delta\xi$ 的一个无偏估计.由于前面对 L 点数据进行 $2L$ 点傅里叶变换,频谱分辨率为 $1/2LT$.当峰值位置正确时,它偏离频偏真值位置不超过 $\pm 1/2LT$,而相邻左右两条谱线的位置与之相差 $\pm 1/2LT$,所以这两条谱线一定在周期图的主瓣 ($\pm 1/LT$) 内.主瓣内 sinc 函数值为正,这就保证了用于插值的两条谱线对应的 sinc 函数值 $\text{sinc}((\xi - (\hat{\xi} + 1))/2)$ 和 $\text{sinc}((\xi - (\hat{\xi} - 1))/2)$ 为正数,所以 sinc 函数外的绝对值符号可以去掉,从而得到下式:

$$\begin{aligned} & \frac{|\boldsymbol{\Omega}(\hat{\xi}+1)| - |\boldsymbol{\Omega}(\hat{\xi}-1)|}{|\boldsymbol{\Omega}(\hat{\xi}+1)| + |\boldsymbol{\Omega}(\hat{\xi}-1)|} \\ &= \frac{|\text{sinc}((\xi - \hat{\xi} - 1)/2)| - |\text{sinc}((\xi - \hat{\xi} + 1)/2)|}{|\text{sinc}((\xi - \hat{\xi} - 1)/2)| + |\text{sinc}((\xi - \hat{\xi} + 1)/2)|} \\ &= \frac{\text{sinc}((\xi - \hat{\xi} - 1)/2) - \text{sinc}((\xi - \hat{\xi} + 1)/2)}{\text{sinc}((\xi - \hat{\xi} - 1)/2) + \text{sinc}((\xi - \hat{\xi} + 1)/2)} \\ &= \xi - \hat{\xi} \\ &= \Delta\xi \end{aligned} \quad (5)$$

所以 $\Delta \hat{\xi}$ 是 $\Delta\xi$ 的一个无偏估计.从而容易得到载波频偏的精确估计公式 $\hat{\xi} = \hat{\xi} + \Delta \hat{\xi}$.在精确估计出载波

频偏后,可以进一步估计出载波相位偏移 θ . 注意到峰值相位可以表示为 $\arg\{\Omega\}(\hat{\xi} = \theta + \pi(L-1)\Delta\xi/2L$, 因此只要将 $\Delta\hat{\xi}$ 代替 $\Delta\xi$ 就可以等到 θ 的估计值 $\hat{\theta} = \arg\{\Omega(\hat{\xi})\} - \pi(L-1)\Delta\hat{\xi}/2L$. 值得注意的是,应该把这个 $\hat{\theta}$ 作为利用估计出的载波频偏对数据校正后第 $L/2$ 或第 $L/2+1$ 个数据的相位,而不是第一个数据的初始相位. 可以从另一种方式来看这个相位估计值:

$$\begin{aligned}\hat{\theta} &= \arg\{\Omega(\hat{\xi})\} - \pi(L-1)\Delta\hat{\xi}/2L \\ &= \theta + \pi(L-1)(\xi - \Delta\hat{\xi})/2L \\ &= \arg\left\{\sum_{n=0}^{L-1} e^{j(2\pi(f_d - \hat{\xi}/2LT)nT + \theta)}\right\}\end{aligned}\quad (6)$$

从这个公式容易看出,这里提出的相位估计方法其实就等同于用校正后的数据对 θ 进行最大似然估计^[9]. 由于频偏估计不可能完全准确,必定存在一定的剩余频差,所以计算出来的值只是对正中间第 $(L-1)/2$ 个数据相位的无偏估计,对其它数据是有偏的. 由于 FFT(快速傅里叶变换)运算要求是偶数个数据,所以应该把估计出的 $\hat{\theta}$ 视为频偏修正后第 $L/2$ 或第 $L/2+1$ 个数据的相位. 这样虽然数据仍然是有偏的,但是偏差很小,几乎可以完全忽略,后面将通过仿真验证这一点.

4 仿真分析

仿真中采用 QPSK 调制,准确定位定时同步,数据辅助. 每个数据点通过 10000 次仿真得到. 除图 3 外仿真时均采用 $L=64$ 个数据进行估计. 分别仿真得到本文提出的算法与文献[3]提出的另一种频域估计算法在不同频偏时的性能,本文提出的算法与文献[6]提出的 Fitz 算法在不同信噪比时的性能. 之后仿真分析了不同数据长度时的性能,得到了一个工作门限与信噪比关系的经验公式. 最后比较了该算法与经典的 V&V 算法的相位估计性能. 为了与理论性能下界比较,在此先给出载波频偏和相位估计的修正克拉美劳界^[10]:

$$T^2 \times \text{MCRB}(f_d) = \frac{3}{2\pi^2 L^3} \frac{1}{E_s/N_0} \quad (7)$$

$$\text{MCRB}(\theta) = \frac{1}{2L} \frac{1}{E_s/N_0} \quad (8)$$

文献[3]中提出了一种利用峰值以及峰值左右两条谱线中幅度较大的一条进行插值的方法. 由于估计过程中利用了两条谱线,不妨称之为双线幅度法,而本文提出的算法利用了三条谱线,在此称之为三线幅度法. 图 1 给出了两种算法在不同载波频偏值时的归一化载波频率估计方差,信噪比为 7dB. 可见当频偏在 $1/LT$ 的整数倍附近时,双线幅度法性能严重恶化. 这是由于

当频偏在 $1/LT$ 的整数倍附近时,峰值左右两条谱线的幅度很接近,在噪声的影响下,难以找出哪条谱线幅度更大,一旦选择错误会造成 $\Delta\hat{\xi}$ 的符号反向,这样插值不但不能提高精度反而还更差. 而本文提出的三线幅度法,由于不需要在两条谱线之间进行选择,受载波频偏位置的影响很小,在所有位置都很接近 CRB 界. 只是在当载波频偏处在两条谱线正中间时,性能略有下降,这是由于此时得到的峰值幅度最小,抗噪声影响能力也更弱.

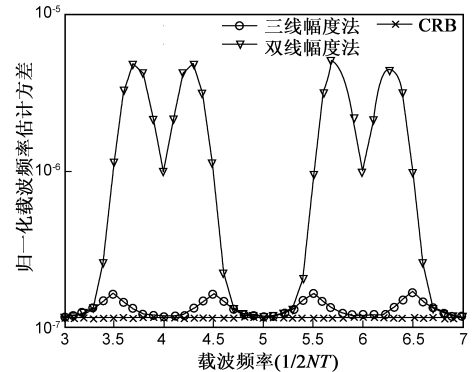


图1 三线幅度法与双线幅度法载波频偏估计性能曲线

文献[6]中提出的 Fitz 算法是时域自相关估计算法的典型代表. 其它算法时域估计算法和它都有很大的相似之处,例如文献[5]中的 Kay 算法可以看做是 Fitz 算法的一种简化. Fitz 算法的公式如下:

$$\mathbf{R}(m) = \frac{1}{L-m} \sum_{n=m}^{L-1} \mathbf{z}(n)\mathbf{z}^*(n-m), \quad 1 \leq m \leq L \quad (9)$$

$$\hat{f}_d = \frac{2}{\pi TN(N+1)} \sum_{m=1}^N \arg\{\mathbf{R}(m)\} \quad (10)$$

可见, Fitz 算法的性能除受数据长度的影响外,还受参数 N 的影响. 图 2 给出了 Fitz 算法和三线幅度法的仿真结果. 可见当 $N=1$ 时性能很差, $N=8$ 时性能有很大改善,但是仍然距离 CRB 界较远,直到 $N=32$ 时,性能才接近 CRB 界. 而本文提出的算法,即使在性能最差时(频偏处在两条谱线正中间)也很接近性能界. Fitz 算法的估计范围是 $\pm 1/2N$ 的符号速率,三线幅

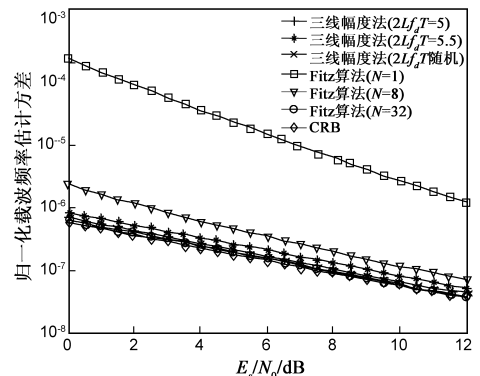


图2 三线幅度法与Fitz算法载波频偏估计性能曲线

度法的估计范围是 $\pm 1/2$ 的符号速率. 通过后面的计算量分析还可以发现 $L = 64$ 时三线幅度法的计算量仅与 $N = 8$ 时的 Fitz 算法相当. 此外 Fitz 算法只能估计载波频偏, 而本文提出的算法还能够同时估计出载波相位.

图 3 给出了在不同信噪比时, 三线幅度法载波频偏估计性能随数据长度变化的情况. 可见, 即使在很低的信噪比条件下该算法的性能仍然很接近 CRB 界. 观察图可以得到一个工作门限与数据长度关系的经验公式:

$$\text{SNR}_{\text{threshold}}(\text{dB}) = -2\log_2(L) + 8$$

可以根据该公式合理选择数据长度. 或者在报头长度固定的情况下粗略估计载波频偏估计模块正常工作的信噪比范围.

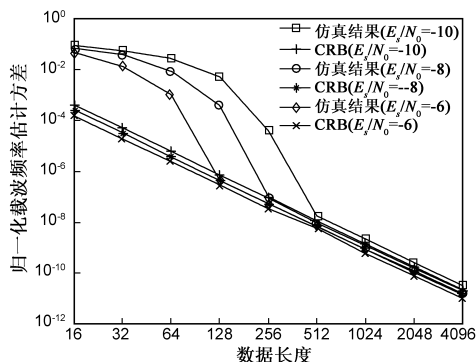


图 3 不同信噪比条件下三线幅度法载波频率估计性能曲线

文献[9]提出的 V&V 算法是一种经典载波相位估计算法, 虽然该算法是非数据辅助的, 但是同样适用于数据辅助的情况, 只是不用去做去除相位信息的非线性变换. 图 4 给出了利用三线幅度法和基于数据辅助的 V&V 算法进行载波相位估计的性能. 可见无频偏的情况下两种算法的性能都很接近 MCRB. 但是当有频偏时, V&V 算法的性能迅速下降, 而三线幅度法基本保持不变. 可见三线幅度法的工作门限约为 -4dB . 当信噪比低于门限值时, 相位估计的性能迅速下降. 虽然三线幅度法的工作门限比无频偏时数据辅助 V&V 算法高, 但是这已经能够达到目前大部分香农极限码对信噪比

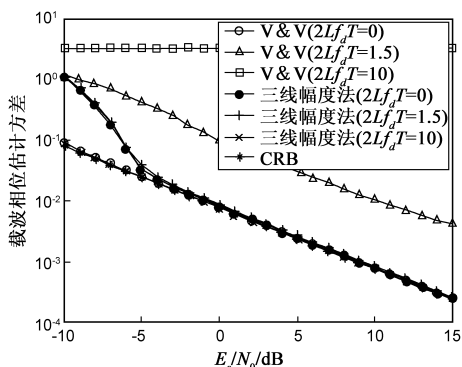


图 4 三线幅度法与 V&V 载波相位估计性能曲线

的要求.

5 运算量分析

三线幅度法的运算量如表 1 所示. 由于算法只有插值计算公式中一次除法运算, 绝大部分运算都是 FFT 变换时采用的乘法和加减法运算, 为方便比较不单独列一项, 而与乘法运算统一计算. 求相位运算也只在插值公式中有, 且在硬件实现时可用查表的方法计算相位, 因此不计算求取相位带来的运算量. 公式中常数与常数的运算在硬件实现时可以事先算好, 所以不计算. 一次复数乘法按四次乘法、两次加法计算. 一次比较运算的运算量按一次加减法运算计算.

从表 1 中可知当 $L = 64$ 时, 三线幅度法只需要 1794 次乘除法运算. 而 Fitz 算法所需要的乘除法次数为 $4N(L - (N + 1)/2) + 1$, $L = 64$, $N = 8$ 时, Fitz 算法需要 1809 次乘除法. 此时两者运算量相当, 但是从图 2 可以看出三线幅度法的性能明显好于 Fitz 算法. 这说明三线幅度法的复杂度还是较低的, 主要原因在于采用了快速傅里叶变换. 而且目前主流的硬件设计软件都有经过优化的快速傅里叶变换 IP 核可供使用, 性能很好, 设计方便, 所以该算法很合适于硬件实现.

表 1 三线幅度法运算量

		操作	频偏估计	相位估计	联合估计
粗估运算量	快速傅里叶变换	乘法和除法	$4L\log_2(2L)$	—	$4L\log_2(2L)$
		加法和减法	$6L\log_2(2L)$	—	$6L\log_2(2L)$
	幅度计算	乘法和除法	$4L$	—	$4L$
		加法和减法	$2L$	—	$2L$
	周期图峰值搜索	乘法和除法	—	—	—
		加法和减法	$2L - 1$	—	$2L - 1$
细估运算量	乘法和除法	1	1	2	
	加法和减法	2	1	3	
总运算量	乘法和除法	$4L\log_2(2L) + 4L + 1$	1	$4L\log_2(2L) + 4L + 2$	
	加法和减法	$L(6\log_2(2L) + 4) + 1$	1	$L(6\log_2(2L) + 4) + 2$	

6 总结

本文提出了一种基于数据辅助的载波参数联合估计算法. 该算法的基本思想是对数据进行其长度两倍的傅里叶变换, 找到周期图中峰值位置,

得到载波频偏粗估计值, 然后利用峰值左右两条谱线的幅度进行插值, 得到载波频偏精确估计值, 最后通过一个简单的算法就可以得到载波相位估计值. 仿真结果表明该算法在正常估计时性能非常接近 CRB 界, 且工作门限很低. 频偏估计范围为 $\pm 50\%$ 符号速率. 运算量分析表明, 该算法需要 $4L\log_2(2L) + 4L + 2$ 次乘除法, $L(6\log_2(2L) + 4) + 2$ 次加减法. 而且由于有高效的快速傅里叶变换 IP 核可供使用, 因此硬件实现的复

杂度较低.该算法可以用于极低信噪比条件下的突发数据通信系统.

参考文献:

- [1] F M GARDNER. Hangup in phase-locked loops [J]. IEEE Trans Commun 1977, 25(10): 1210 - 1214.
- [2] F Mazzenga, G Corazza. Blind least-squares estimation of carrier phase, Doppler shift, Doppler rate for M-PSK burst transmission [J]. IEEE Trans Lett, 1998, 2(3): 73 - 75.
- [3] Dae-Ki Hong, Dong-Joo Kim, Young-Jo Lee. A simple interpolation technique for the DFT for joint system parameters estimation in burst MPSK transmissions [J]. IEEE Trans Commun, 2003, 51(7): 1051 - 1056.
- [4] 齐国清, 贾欣乐. 基于 DFT 相位的正弦波频率和初相的高精度估计方法 [J]. 电子学报, 2001, 29(9): 1164 - 1167.
QI Guo-qing, JIA Xin-le. High-accuracy frequency and phase estimation of single-tone based on phase of DFT [J]. Acta Electronica Sinica, 2001, 29(9): 1164 - 1167. (in Chinese)
- [5] S Kay. A fast and accurate single frequency estimator [J]. IEEE Trans 1989, ASSP - 37(12): 1987 - 1990.
- [6] M P Fitz. Planar filtered techniques for burst mode carrier synchronization [A]. Proc IEEE GLOBECOM 91 [C]. Phoenix AZ: IEEE, 1991. 0365 - 0369.
- [7] M Luise, R Reggiannini. Carrier frequency recovery in all-digital modems for burst-mode transmissions [J]. IEEE Trans Commun, 1995, 43(3): 1169 - 1178.
- [8] Richard G Lyons. Understanding Digital Signal Processing [M]. second Edition. 北京: 机械工业出版社, 2005. 92 - 94.
- [9] A J Viterbi, A M Viterbi. Nonlinear estimation of PSK-modulated carrier phase with application to burst digital transmission [J]. IEEE Trans Info Theory, 1983, IT - 29(4): 543 - 551.
- [10] Aldo N D' Andrea, U Mengli, R Reggiannini. The modified Cramer-Rao bound and its application to synchronization problems [J]. IEEE Trans Commun 1994, 42(2): 1391 - 1399.

作者简介:



龚超 男, 1984 年出生于江西新余. 解放军理工大学通信工程学院博士研究生. 研究方向为卫星通信低信噪比同步接收技术.

E-mail: gongchao.089@163.com

张邦宁 男, 1963 年出生于安徽巢湖. 解放军理工大学通信工程学院教授、博士生导师. 研究方向为卫星通信、数字信号处理.

郭道省 男, 1973 年出生于河南南阳. 解放军理工大学通信工程学院副教授、硕士生导师. 研究方向为卫星通信、通信抗干扰.